

ENACT

Løsningsforslag til oppgavebank



Oppgave 1 – $18 \cdot 5$

- a) Løs følgende oppgave ved hjelp av hoderegning: $18 \cdot 5 =$
- b) Hvordan tenkte du?
- c) Hvordan tenkte kollegaen din?
- d) Hvor mange forskjellige måter klarer dere å løse oppgaven på?

Denne oppgaven kan ved første øyekast virke litt kjedelig og fattig. Men stopp opp noen sekund før du leser videre, og tenk over hvordan du vil løse oppgaven ved hjelp av hoderegning.

Kanskje du tenkte $18 \cdot 5 = \frac{(18 \cdot 10)}{2} = \frac{180}{2} = 90$?

Eller tenkte du $18 \cdot 5 = (10 + 8) \cdot 5 = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 8 = 50 + 40 = 90$?

Eller kanskje du tenkte $18 \cdot 5 = 9 \cdot 2 \cdot 5 = 9 \cdot 10 = 90$?

Det kan til og med være at du tenkte noe helt annet? Her er det mange muligheter! Denne oppgaven har også ha mange forskjellige matematiske mål. Det kan være mål knyttet til for eksempel dobling og halvering, den distributive lov, den assosiative lov, eller parentesbruk. Det kan være fort gjort å tenke at $18 \cdot 5$ er en fattig oppgave, men ved å arbeide med den ser vi at det er mange forskjellige løsningsstrategier og læringsmål som trer fram.

Dersom en elev svarer $18 \cdot 5 = 9 \cdot 2 \cdot 5 = 9 \cdot 10 = 90$, er det for eksempel mulig å lede den matematiske diskusjonen mot det matematiske målet om å bruke den assosiative lov i hode-regning.

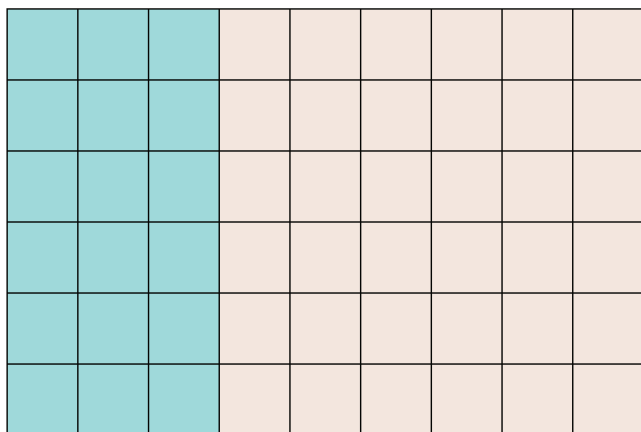
Dersom en elev svarer $18 \cdot 5 = (20 - 2) \cdot 5 = 100 - 10 = 90$, kan lærere peke på hvordan den distributive lov kan brukes som hoderegning.

Muligheten er mange. Finner du flere?

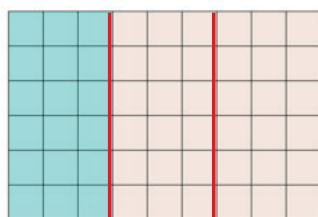
Oppgave 2 – Likeverdige brøker

Hvor stor del av figuren under er skravert lyseblått?

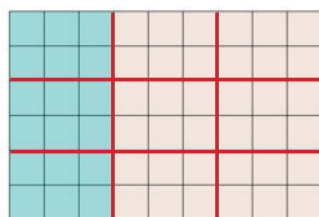
Hvor mange ulike løsninger finner du?



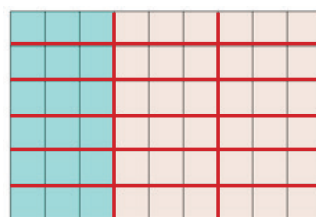
Poenget med denne oppgaven er å finne så mange likeverdige brøker til $\frac{1}{3}$ som mulig, og kunne vise hvorfor de er likeverdige til $\frac{1}{3}$ ved hjelp av figuren. Her er noen eksempler:



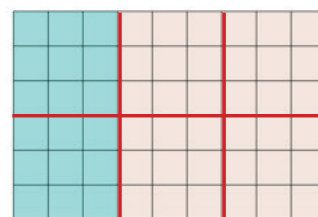
$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{9}$$



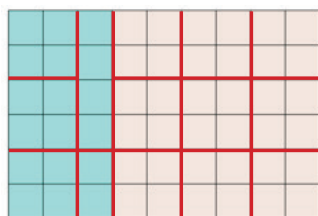
$$\frac{6}{18}$$



$$\frac{2}{6}$$

Bonusoppgave: Kan du bruke figuren til å begrunne at

$$\frac{4\frac{1}{2}}{13\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

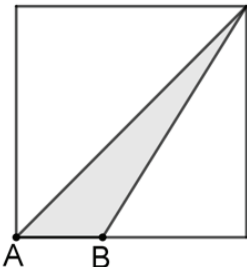


Her ser vi at det blå området består av 4 firergrupper, i tillegg til en halv firergruppe. Hele figuren består av 13 firergrupper, i tillegg til den halve firergruppen. Det blå området utgjør derfor

$$\frac{4\frac{1}{2}}{13\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Oppgave 3 – Trekant i kvadrat

Hele kvadratet har areal 64 cm^2 . Den grå trekanten har areal 12 cm^2 . Hva blir lengden av linjestykket AB ?



Løsningsmetode 1:

Helt formelt kan vi løse oppgaven på denne måten:

Vi vet at kvadratet har et areal på 64 cm^2 . Det betyr at sidelengden i kvadratet må være $\sqrt{64 \text{ cm}^2} = 8 \text{ cm}$. Arealet av den skraverte trekanten er gitt ved formelen $\frac{AB \cdot h}{2}$.

Vi setter nå inn det som er kjent i formelen:

$$\frac{AB \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

Vi har nå en likning med én ukjent, og løser den

$$\frac{AB \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}^2 \quad | \cdot 2$$

$$AB \cdot 8 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \quad | \div 8 \text{ cm}$$

$$AB = 3 \text{ cm}$$

Elevene vil nok ha en mer uformell løsning, som for eksempel:

Høyden i trekanten er 8 cm , og arealet er 12 cm^2 . Det betyr at vi må multiplisere 8 med et tall, og når vi deler produktet på 2 skal svaret bli 12.

Løsningsmetode 2:

Den største hvite trekanten dekker halve kvadratet. Når kvadratet har et areal på 64 cm^2 må den største hvite trekanten ha et areal på 32 cm^2 . Vi vet at den grå trekanten har et areal på 12 cm^2 , den minste hvite trekanten har da et areal på $32 \text{ cm}^2 - 12 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$. Vi vet at høyden i trekanten er 8 cm . Vi må nå finne et tall som tilfredsstiller likningen

$$\frac{g \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

Denne likningen kan vi løse steg for steg, men vi ser fort at telleren må bli 40, noe som betyr at $g = 5 \text{ cm}$.

Da vet vi at $AB = 8 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

Løsningsmetode 3:

Den største hvite trekanten dekker halve kvadratet. Når kvadratet har et areal på 64 cm^2 må den største hvite trekanten ha et areal på 32 cm^2 . Vi vet at den grå trekanten har et areal på 12 cm^2 , den tar da opp $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ av arealet til denne halvdelen av kvadratet. Siden både den grå og hvite trekanten har lik høyde, vil grunnlinjen til den grå trekanten $\frac{3}{8}$ være av hele grunnlinjen:

$$8 \text{ cm} \cdot \frac{3}{8} = 3 \text{ cm}$$

Oppgave 4 – Stambrøker

En stambrøk er en brøk der telleren er 1, for eksempel $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ eller $\frac{1}{7}$.

Finn regnestykker der du adderer to stambrøker, slik at summen også blir en stambrøk.

- Hvor mange løsninger finner du?
- Finner du noe system i løsningene dine?
- Er det mulig å sette opp en formel som kan hjelpe oss med å finne flere regnestykker?

For å jobbe med denne oppgaven er det helt nødvendig at elevene har lært å addere to brøker med ulik nevner. Dette er også en oppgave som egner seg godt til å bruke i Tenkende-klasserom-metodikken.

Et forslag til hvordan du kan jobbe med oppgaven er som følger:

Start med å fortelle elevene at en stambrøk er en brøk der telleren er 1. For eksempel $\frac{1}{3}$ eller $\frac{1}{42}$. Be deretter elevene om å finne to stambrøker der summen av disse to også blir en stambrøk. Vis gjerne et eksempel som ikke fungerer først, for eksempel $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Vi ønsker altså at telleren i verdien av summen også skal være 1. Etter litt prøving og feiling kommer elevene som regel fram til noen av disse løsningene: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = \frac{1}{1}$ og $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Gå gjerne rundt i klasserommet og se hvilke løsninger elevene har kommet fram til. Ta deretter en gjennomgang på tavlen, der du setter fokus på de løsningene som består av to like stambrøker. Hjelp gjerne elevene med å strukturere resultatet:

Regnestykke nummer	Regnestykke
1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = \frac{1}{1}$
2	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Be nå elevene om å se om de finner et system i tabellen. La dem gjerne diskutere sammen. Videre kan du spørre hvordan regnestykke 42 eller regnestykke n ville sett ut. Du må selv avgjøre hvor mye støtte du vil gi elevene, men til slutt vil dere forhåpentligvis komme fram til en liknende løsning:

Regnestykke nummer	Regnestykke
42	$\frac{1}{2 \cdot 42} + \frac{1}{2 \cdot 42} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 42} = \frac{1}{42}$
$\vdots$	
n	$\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{1}{2 \cdot n} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot n} = \frac{1}{n}$

Dersom elevene var med på denne første delen, kan du nå utvide oppgaven. Si at elevene nå skal finne to forskjellige stambrøker der summen blir en stambrøk. La elevene jobbe litt før du skriver opp følgende tabell:

Regnestykke nummer	Regnestykke
1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$
2	$\frac{1}{3} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$
3	$\frac{1}{4} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$
4	$\frac{1}{5} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$

Si til elevene at regnestykke 1 ikke tilfredsstiller kriteriet om å være to forskjellige stambrøker, men vi må ha det til for at systemet skal gå opp. Be elevene nå om å finne ut hva som skal stå i nevnerne til regnestykke nummer 2 – 4. Husk at det nå er snakk om forskjellige stambrøker. Etter hvert vil dere komme fram til denne tabellen:

Regnestykke nummer	Regnestykke
1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$
2	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{1}{4}$

Nå kan du igjen be elevene om å se etter system i tabellen. Klarer de å bruke systemet til å finne regnestykke nummer 5? Klarer de å finne et uttrykk for regnestykke nummer n ?

Regnestykke nummer	Regnestykke
5	$\frac{1}{5+1} + \frac{1}{5(5+1)} = \frac{1}{5}$
$\vdots$	
n	$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n}$

Etter at dere har kommet fram til dette systemet kan en utfordring være å vise at $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$ faktisk blir $\frac{1}{n}$.

Elevene vil sannsynligvis komme fram til flere system enn de som er beskrevet over. Eksempler på dette er

Regnestykke nummer	Regnestykke
1	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$

og

Regnestykke nummer	Regnestykke
1	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$
4	$\frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{1}{16}$

Se om du klarer å finne generelle formler for alle løsningene i tabellene over.